

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» мая 2024 г., протокол № 8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ
ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ**

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Общий профиль: прикладная математика информатика

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная

Год начала подготовки - **2024**

Карачаевск, 2024

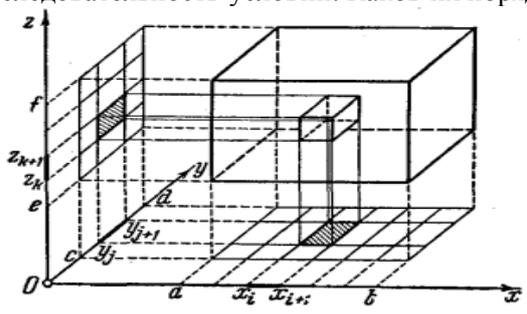
**КОМПЕТЕНЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ГЛАВЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ»**

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ОПВО	Индикаторы достижения сформированности компетенций
ПК-1	Способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Знает методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной деятельности ПК-1.2. Умеет самостоятельно анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий ПК-1.3. Владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации.
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. Знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы ПК-2.2. Умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач ПК-2.3. Владеет навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач.

**ТЕСТОВЫЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ИНДИКАТОРОВ
ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ**

№ задания	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА НА ДОПОЛНЕНИЕ			
1		Прочитайте текст и запишите правильный ответ. Если непрерывная, абсолютно интегрируемая на R функция $f(x)$ имеет в каждой точке или или, то эта функция представима на R интегралом Фурье	ПК-2
2		Прочитайте текст и запишите правильный ответ. В определении поверхностного интеграла, функция $f(x, y, z)$ определена и на поверхности	ПК-1
3		Прочитайте текст и запишите правильный ответ. Число $\mu = \frac{1}{ L } \cdot \int_L f(M) dl$ называется значением функции $f(M)$ на кривой L	ПК-1
4		Прочитайте текст и запишите правильный ответ. Существование криволинейного интеграла зависит от функции $f(x, y, z)$.	ПК-2

ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА СВОБОДНОГО ИЗЛОЖЕНИЯ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ			
5		<p>Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. При вычислении объема тела вращения оперируют таким понятием как поперечное сечение этого тела плоскостью. Если тело образовано вращением вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной кривой $y = f(x)$, прямыми $x = a$ и $x = b$, то что представляет собой поперечное сечение</p>	ПК-2
6		<p>Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. С каким интегралом связана интегральная сумма</p> $\lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i, y_i, z_i) \cdot \Delta S_i$	ПК-2
7		<p>Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. Понятие производной функции по направлению обладает определенными свойствами. Опишите кратко эти свойства, которые связаны с градиентом</p>	ПК-1
8		<p>Прочитайте текст и запишите развернутый ответ. Опишите смысл и свойства формулы Стокса.</p>	ПК-1
ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ			
9		<p>Прочитайте текст и установите последовательность. Вопрос существования неявной функции $F(x, y)$ связан с выполнением следующих условий.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Существует частная производная F'_y в окрестности точки $A(x_0, y_0)$; 2. $F(x_0, y_0) = 0$; 3. F'_y непрерывна в точке (x_0, y_0); 4. $F'_y(x_0, y_0) \neq 0$; 5. $F(x, y)$ непрерывна в некоторой окрестности $A(x_0, y_0)$ точки (x_0, y_0) <p>Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо</p>	ПК-1
10		<p>Прочитайте текст и установите последовательность. Порядок следования рассуждений при алгоритме вычисления интеграла следующий.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Убедиться в том, что криволинейный интеграл не зависит от пути. т.е. подынтегральная функция является полным дифференциалом. Для этого следует проверить равенство: $\frac{\partial P}{\partial y}(x, y) = \frac{\partial Q}{\partial x}(x, y) \text{ для } \forall M(x, y) \in D$ 2. Найти первообразную функция подынтегрального выражения (потенциал-вектор функции), т.е. составить и решить систему уравнений относительно $U(x, y)$: $\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} = P(x, y) \\ \frac{\partial U}{\partial y} = Q(x, y) \end{cases}$ 3. Вычислить разность значений потенциала в конечной и начальной точках, т.е. применить формулу: $\int_{AB} P(x, y)dx + Q(x, y)dy = U(B) - U(A).$ <p>Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо</p>	ПК-2

11	<p>Прочитайте текст и установите последовательность. Вычисление тройного интеграла, когда тело, в котором определена функция $f(x, y, z)$ представляет собой прямоугольный параллелепипед $(T) = [a, b, c, d, e, f]$, проектирующийся на плоскость yz в прямоугольник $(R) = [c, d, e, f]$ (см. рис), выражается теоремой, в которой существует определенная последовательность условий. Каков их порядок?</p>  <p>1. При каждом постоянном x из $[a, b]$ - существует двойной интеграл</p> $I(x) = \iint_{(R)} f(x, y, z) dR$ <p>2. Выполняется равенство</p> $\iiint_{(T)} f(x, y, z) dT = \int_a^b dx \iint_{(R)} f(x, y, z) dR.$ <p>3. Существует также повторный интеграл</p> $\int_a^b dx \iint_{(R)} f(x, y, z) dR.$ <p>4. Для функции $f(x, y, z)$ существует тройной интеграл</p> $\iiint_{(T)} f(x, y, z) dT$ <p>Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо</p>	ПК-1
12	<p>Прочитайте текст и установите последовательность. Известно, что достаточные условия разложимости функции в ряд Фурье сформулированы в теореме Дирихле: «Если в интервале $[-l, +l]$ функция $f(x)$ имеет конечное число точек разрыва первого рода, или непрерывна и конечное число точек экстремума (или не имеет их вовсе), ее ряд Фурье сходится». При этом выполняются определенные условия. Каков порядок последовательности этих условий.</p> <p>1. В обеих граничных точках интервала $[-l, +l]$ ряд Фурье сходится к полусумме односторонних пределов функции при стремлении x к этим точкам изнутри интервала</p> $S(-l) = S(l) = \frac{1}{2} \left[\lim_{x \rightarrow -l+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow -l-0} f(x) \right].$ <p>2. В каждой точке разрыва x_k функции ряд Фурье сходится к полусумме односторонних пределов функции слева и справа</p> $S(x_k) = \frac{1}{2} \left[\lim_{x \rightarrow x_k-0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_k+0} f(x) \right].$ <p>3. В точках непрерывности функции $f(x)$ ряд Фурье сходится к самой функции, при этом $S(x) = f(x)$.</p> <p>Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо</p>	ПК-1

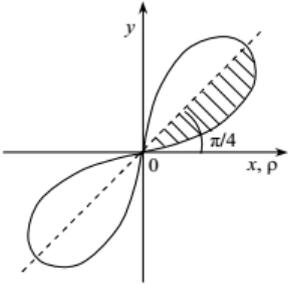
13	<p>Прочитайте текст и установите последовательность. Теорию интеграла изучают в определённой последовательности. Для указанных разделов установите эту последовательность.</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. Определенный интеграл 3. Криволинейные интегралы 4. Поверхностные интегралы 5. Двойные интегралы 6. Тройные интегралы <p>Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо</p>	ПК-2
14	<p>Прочитайте текст и установите последовательность. В приложениях определенного интеграла существует определенная последовательность изучения тем для вычисления различных метрических и иных характеристик. Каков их порядок.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Вычисление длины дуги кривой 2. Вычисление работы силы при перемещении материальной точки 3. Вычисление площади плоской фигуры, ограниченной параметрически заданной функцией 4. Вычисление площади криволинейного сектора в полярной системе координат 5. Вычисление объема тела вращения 6. Вычисление площади плоской фигуры в прямоугольных координатах 7. Вычисление площади поверхности тела вращения <p>Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо</p>	ПК-2

ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ СООТВЕТСТВИЯ

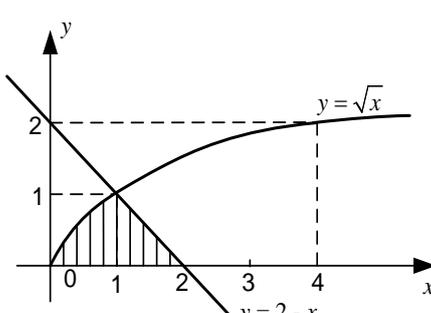
15	<p>Прочитайте текст и установите соответствие. Пусть в области D задано векторное поле $A = Pi + Qj + Rk$; где функции $P(x, y, z); Q(x, y, z); R(x, y, z)$ определены в D и являются гладкими. Установите соответствие между математическими выражениями и их наименованиями, путем подбора к каждой позиции данной в левом столбце, соответствующей позиции из правого столбца.</p> <table border="1" data-bbox="432 1301 1345 1644"> <tr> <td data-bbox="432 1301 491 1391">А</td> <td data-bbox="491 1301 874 1391">Скаляр $\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$</td> <td data-bbox="874 1301 946 1391">1</td> <td data-bbox="946 1301 1345 1391">Ротор</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1391 491 1559">Б</td> <td data-bbox="491 1391 874 1559">Вектор $\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix}$</td> <td data-bbox="874 1391 946 1559">2</td> <td data-bbox="946 1391 1345 1559">Дивергенция поля A</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1559 491 1644">В</td> <td data-bbox="491 1559 874 1644">Оператор $i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$</td> <td data-bbox="874 1559 946 1644">3</td> <td data-bbox="946 1559 1345 1644">Вектор набла</td> </tr> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</p> <table border="1" data-bbox="432 1675 1345 1740"> <tr> <td data-bbox="432 1675 735 1715">А</td> <td data-bbox="735 1675 1038 1715">Б</td> <td data-bbox="1038 1675 1345 1715">В</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1715 735 1740"> </td> <td data-bbox="735 1715 1038 1740"> </td> <td data-bbox="1038 1715 1345 1740"> </td> </tr> </table>	А	Скаляр $\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$	1	Ротор	Б	Вектор $\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix}$	2	Дивергенция поля A	В	Оператор $i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$	3	Вектор набла	А	Б	В				ПК-2
А	Скаляр $\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$	1	Ротор																	
Б	Вектор $\begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix}$	2	Дивергенция поля A																	
В	Оператор $i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$	3	Вектор набла																	
А	Б	В																		

16	<p>Прочитайте текст и установите соответствие.</p> <p>Установите соответствие между поверхностными интегралами и их приложениями, путем подбора к каждой позиции данной в левом столбце, соответствующей позиции из правого столбца.</p> <table border="1" data-bbox="432 304 1362 591"> <tr> <td data-bbox="432 304 507 389">А</td> <td data-bbox="507 304 775 389">$\iint_S \rho(x, y, z) ds$</td> <td data-bbox="775 304 850 389">1</td> <td data-bbox="850 304 1362 389">Вычисление координат центра масс</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 389 507 474">Б</td> <td data-bbox="507 389 775 474">$\iint_S dS$</td> <td data-bbox="775 389 850 474">2</td> <td data-bbox="850 389 1362 474">Вычисление площади поверхности</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 474 507 591">В</td> <td data-bbox="507 474 775 591">$\frac{\iint_S (*)\rho(x, y, z) ds}{M}$</td> <td data-bbox="775 474 850 591">3</td> <td data-bbox="850 474 1362 591">Вычисление массы поверхности</td> </tr> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</p> <table border="1" data-bbox="432 629 1362 696"> <tr> <td data-bbox="432 629 743 663">А</td> <td data-bbox="743 629 1054 663">Б</td> <td data-bbox="1054 629 1362 663">В</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 663 743 696"></td> <td data-bbox="743 663 1054 696"></td> <td data-bbox="1054 663 1362 696"></td> </tr> </table>	А	$\iint_S \rho(x, y, z) ds$	1	Вычисление координат центра масс	Б	$\iint_S dS$	2	Вычисление площади поверхности	В	$\frac{\iint_S (*)\rho(x, y, z) ds}{M}$	3	Вычисление массы поверхности	А	Б	В				ПК-1						
А	$\iint_S \rho(x, y, z) ds$	1	Вычисление координат центра масс																							
Б	$\iint_S dS$	2	Вычисление площади поверхности																							
В	$\frac{\iint_S (*)\rho(x, y, z) ds}{M}$	3	Вычисление массы поверхности																							
А	Б	В																								
17	<p>Прочитайте текст и установите соответствие.</p> <p>Установите соответствие между указанными линиями и их параметрическими уравнениями, путем подбора к каждой позиции данной в левом столбце, соответствующей позиции из правого столбца.</p> <table border="1" data-bbox="432 869 1343 1301"> <tr> <td data-bbox="432 869 507 1003">А</td> <td data-bbox="507 869 754 1003">Окружность</td> <td data-bbox="754 869 829 1003">1</td> <td data-bbox="829 869 1343 1003">$\begin{cases} x = a \cos t; \\ y = a \sin t; \\ z = bt; \end{cases}$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1003 507 1104">Б</td> <td data-bbox="507 1003 754 1104">Винтовая линия</td> <td data-bbox="754 1003 829 1104">2</td> <td data-bbox="829 1003 1343 1104">$\begin{cases} x = a \cos t; \\ y = b \sin t; \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1104 507 1205">В</td> <td data-bbox="507 1104 754 1205">Циклоида</td> <td data-bbox="754 1104 829 1205">3</td> <td data-bbox="829 1104 1343 1205">$\begin{cases} x = a(t - \sin t); \\ y = a(1 - \cos t); \end{cases} \quad t \in (-\infty, +\infty)$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1205 507 1301">Г</td> <td data-bbox="507 1205 754 1301">Эллипс</td> <td data-bbox="754 1205 829 1301">4</td> <td data-bbox="829 1205 1343 1301">$\begin{cases} x = a \cos t; \\ y = a \sin t; \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$</td> </tr> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</p> <table border="1" data-bbox="432 1339 1326 1406"> <tr> <td data-bbox="432 1339 655 1373">А</td> <td data-bbox="655 1339 879 1373">Б</td> <td data-bbox="879 1339 1102 1373">В</td> <td data-bbox="1102 1339 1326 1373">Г</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1373 655 1406"></td> <td data-bbox="655 1373 879 1406"></td> <td data-bbox="879 1373 1102 1406"></td> <td data-bbox="1102 1373 1326 1406"></td> </tr> </table>	А	Окружность	1	$\begin{cases} x = a \cos t; \\ y = a \sin t; \\ z = bt; \end{cases}$	Б	Винтовая линия	2	$\begin{cases} x = a \cos t; \\ y = b \sin t; \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$	В	Циклоида	3	$\begin{cases} x = a(t - \sin t); \\ y = a(1 - \cos t); \end{cases} \quad t \in (-\infty, +\infty)$	Г	Эллипс	4	$\begin{cases} x = a \cos t; \\ y = a \sin t; \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$	А	Б	В	Г					ПК-2
А	Окружность	1	$\begin{cases} x = a \cos t; \\ y = a \sin t; \\ z = bt; \end{cases}$																							
Б	Винтовая линия	2	$\begin{cases} x = a \cos t; \\ y = b \sin t; \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$																							
В	Циклоида	3	$\begin{cases} x = a(t - \sin t); \\ y = a(1 - \cos t); \end{cases} \quad t \in (-\infty, +\infty)$																							
Г	Эллипс	4	$\begin{cases} x = a \cos t; \\ y = a \sin t; \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi]$																							
А	Б	В	Г																							
18	<p>Прочитайте текст и установите соответствие.</p> <p>Установите соответствие коэффициентов и их значений в разложении в ряд Фурье функции $f(x) = \begin{cases} -2; & -\pi < x < 0 \\ 3; & 0 \leq x < \pi \end{cases}$, на интервале $(-\pi, \pi)$, путем подбора к каждой позиции данной в левом столбце, соответствующей позиции из правого столбца</p> <table border="1" data-bbox="432 1659 1343 1906"> <tr> <td data-bbox="432 1659 488 1715">А</td> <td data-bbox="488 1659 620 1715">a_0</td> <td data-bbox="620 1659 791 1715">1</td> <td data-bbox="791 1659 1343 1715">0</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1715 488 1850">Б</td> <td data-bbox="488 1715 620 1850">a_n</td> <td data-bbox="620 1715 791 1850">2</td> <td data-bbox="791 1715 1343 1850">$\begin{cases} \frac{10}{\pi n}; & n - \text{нечетное} \\ 0; & n - \text{четное} \end{cases}$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1850 488 1906">В</td> <td data-bbox="488 1850 620 1906">b_n</td> <td data-bbox="620 1850 791 1906">3</td> <td data-bbox="791 1850 1343 1906">1</td> </tr> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</p> <table border="1" data-bbox="432 1939 1343 2007"> <tr> <td data-bbox="432 1939 735 1973">А</td> <td data-bbox="735 1939 1031 1973">Б</td> <td data-bbox="1031 1939 1343 1973">В</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1973 735 2007"></td> <td data-bbox="735 1973 1031 2007"></td> <td data-bbox="1031 1973 1343 2007"></td> </tr> </table>	А	a_0	1	0	Б	a_n	2	$\begin{cases} \frac{10}{\pi n}; & n - \text{нечетное} \\ 0; & n - \text{четное} \end{cases}$	В	b_n	3	1	А	Б	В				ПК-2						
А	a_0	1	0																							
Б	a_n	2	$\begin{cases} \frac{10}{\pi n}; & n - \text{нечетное} \\ 0; & n - \text{четное} \end{cases}$																							
В	b_n	3	1																							
А	Б	В																								

19		<p>Прочитайте текст и установите соответствие.</p> <p>Установите соответствие, путем подбора к каждой позиции данной в левом столбце, соответствующей позиции из правого столбца.</p> <table border="1" data-bbox="432 271 1385 712"> <tr> <td data-bbox="432 271 491 353">А</td> <td data-bbox="491 271 986 353">Площадь области D</td> <td data-bbox="986 271 1023 353">1</td> <td data-bbox="1023 271 1385 353">$\iint_D zxy \, dx dy$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 353 491 539">Б</td> <td data-bbox="491 353 986 539">Объем цилиндра, ограниченного сверху непрерывной поверхностью $z = z(x, y)$, снизу $z = 0$ и вырезающего из плоскости Oxy квадратируемую область</td> <td data-bbox="986 353 1023 539">2</td> <td data-bbox="1023 353 1385 539">$\iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \, dx dy$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 539 491 629">В</td> <td data-bbox="491 539 986 629">Площадь гладкой поверхности $z = z(x, y)$</td> <td data-bbox="986 539 1023 629">3</td> <td data-bbox="1023 539 1385 629">$\iint_D z(x, y) \, dx dy$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 629 491 712">Г</td> <td data-bbox="491 629 986 712">Центробежный момент инерции, где $z = \rho(x, y)$ - плотность области D</td> <td data-bbox="986 629 1023 712">4</td> <td data-bbox="1023 629 1385 712">$\iint_D dx dy$</td> </tr> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</p> <table border="1" data-bbox="432 748 1331 819"> <tr> <td data-bbox="432 748 740 786">А</td> <td data-bbox="740 748 1048 786">Б</td> <td data-bbox="1048 748 1331 786">В</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 786 740 819"></td> <td data-bbox="740 786 1048 819"></td> <td data-bbox="1048 786 1331 819"></td> </tr> </table>	А	Площадь области D	1	$\iint_D zxy \, dx dy$	Б	Объем цилиндра, ограниченного сверху непрерывной поверхностью $z = z(x, y)$, снизу $z = 0$ и вырезающего из плоскости Oxy квадратируемую область	2	$\iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \, dx dy$	В	Площадь гладкой поверхности $z = z(x, y)$	3	$\iint_D z(x, y) \, dx dy$	Г	Центробежный момент инерции, где $z = \rho(x, y)$ - плотность области D	4	$\iint_D dx dy$	А	Б	В				ПК-1		
А	Площадь области D	1	$\iint_D zxy \, dx dy$																								
Б	Объем цилиндра, ограниченного сверху непрерывной поверхностью $z = z(x, y)$, снизу $z = 0$ и вырезающего из плоскости Oxy квадратируемую область	2	$\iint_D \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} \, dx dy$																								
В	Площадь гладкой поверхности $z = z(x, y)$	3	$\iint_D z(x, y) \, dx dy$																								
Г	Центробежный момент инерции, где $z = \rho(x, y)$ - плотность области D	4	$\iint_D dx dy$																								
А	Б	В																									
20		<p>Прочитайте текст и установите соответствие.</p> <p>Установите соответствие, путем подбора к каждой позиции данной в левом столбце, соответствующей позиции из правого столбца</p> <table border="1" data-bbox="432 965 1347 1491"> <tr> <td data-bbox="432 965 491 1099">А</td> <td data-bbox="491 965 1023 1099">x_0 - координата центра масс пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки</td> <td data-bbox="1023 965 1098 1099">1</td> <td data-bbox="1098 965 1347 1099">$\iint_S \rho y^2 \, dx dy$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1099 491 1234">Б</td> <td data-bbox="491 1099 1023 1234">y_0 - координата центра масс пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки</td> <td data-bbox="1023 1099 1098 1234">2</td> <td data-bbox="1098 1099 1347 1234">$\frac{1}{M} \iint_S \rho y \, dx dy$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1234 491 1357">В</td> <td data-bbox="491 1234 1023 1357">I_x - момент инерции пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки</td> <td data-bbox="1023 1234 1098 1357">3</td> <td data-bbox="1098 1234 1347 1357">$\iint_S \rho x^2 \, dx dy$</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1357 491 1491">Г</td> <td data-bbox="491 1357 1023 1491">I_y - момент инерции пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки</td> <td data-bbox="1023 1357 1098 1491">4</td> <td data-bbox="1098 1357 1347 1491">$\frac{1}{M} \iint_S \rho x \, dx dy$</td> </tr> </table> <p>Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами:</p> <table border="1" data-bbox="432 1527 1347 1599"> <tr> <td data-bbox="432 1527 667 1565">А</td> <td data-bbox="667 1527 901 1565">Б</td> <td data-bbox="901 1527 1136 1565">В</td> <td data-bbox="1136 1527 1347 1565">Г</td> </tr> <tr> <td data-bbox="432 1565 667 1599"></td> <td data-bbox="667 1565 901 1599"></td> <td data-bbox="901 1565 1136 1599"></td> <td data-bbox="1136 1565 1347 1599"></td> </tr> </table>	А	x_0 - координата центра масс пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки	1	$\iint_S \rho y^2 \, dx dy$	Б	y_0 - координата центра масс пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки	2	$\frac{1}{M} \iint_S \rho y \, dx dy$	В	I_x - момент инерции пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки	3	$\iint_S \rho x^2 \, dx dy$	Г	I_y - момент инерции пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки	4	$\frac{1}{M} \iint_S \rho x \, dx dy$	А	Б	В	Г					ПК-1
А	x_0 - координата центра масс пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки	1	$\iint_S \rho y^2 \, dx dy$																								
Б	y_0 - координата центра масс пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки	2	$\frac{1}{M} \iint_S \rho y \, dx dy$																								
В	I_x - момент инерции пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки	3	$\iint_S \rho x^2 \, dx dy$																								
Г	I_y - момент инерции пластинки S лежащей в плоскости Oxy и $\rho = \rho(x, y)$ - плотность пластинки	4	$\frac{1}{M} \iint_S \rho x \, dx dy$																								
А	Б	В	Г																								
ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ ОДНОГО ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА																											
21		<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ.</p> <p>Пусть векторное поле \mathbf{A} задано уравнением $\mathbf{A} = \mathbf{C} r^3$, где \mathbf{C} – постоянный вектор; r – длина радиус-вектора произвольной точки. Какое из утверждений является верным.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\text{rot } \mathbf{A} = 3 \mathbf{C} r^2$ 2. $\text{rot } \mathbf{A} = 0$ 3. $\text{rot } \mathbf{A} = 3 \mathbf{C} \times \mathbf{r} \mathbf{C}$ 4. $\text{rot } \mathbf{A} = 3 \mathbf{C} r^2$ 	ПК-1																								

22		<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ.</p> <p>Площадь фигуры ограниченной двухлепестковой розой $\rho = a \sin 2\varphi$; ($a > 0$), равна:</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1. $\frac{\pi a^2}{8}$ 2. $\frac{2\pi a^2}{3}$ 3. $\frac{\pi a^2}{4}$ 4. $\frac{\pi a^2}{3}$ 	ПК-2
23		<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ.</p> <p>Разложение в ряд Фурье функции $f(x) = x$, на интервале $(-\pi, \pi)$, имеет вид:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $x = 2 \left(\sin x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x - \frac{1}{4} \sin 4x + \dots \right)$ 2. $x = 2(\sin x - \sin 2x + \sin 3x - \sin 4x + \dots)$ 3. $x = \left(\sin x + \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{4} \sin 4x + \dots \right)$ 4. $x = 2 \left(\sin \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{3} \sin \frac{3}{2}x - \frac{1}{4} \sin 2x + \dots \right)$ 	ПК-1
24		<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ.</p> <p>Значение криволинейного интеграла $\int_{AB} (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$ где AB – дуга параболы $y = x^2$, пробегаемая от точки $A(-1, 1)$ до точки $B(1, 1)$ равна</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $\frac{4}{15}$ 2. $-\frac{14}{15}$ 3. $-\frac{14}{13}$ 4. $-\frac{4}{15}$ 	ПК-2

25		<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Градиентом скалярного поля $u = x^2 y^3 z$ в точке $M(-1;1;2)$ является вектор</p> <ol style="list-style-type: none"> $-i - 3j + 5k$ $-i + 3j - 5k$ $4i - 6j + 2k$ $-4i + 6j + k$ 	ПК-1
26		<p>Прочитайте текст и выберите правильный ответ. Пространственная область V ограничена эллипсоидом: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$. Параметрическое представление этой поверхности есть: $x = a \sin \theta \cos \varphi$; $y = b \sin \theta \sin \varphi$; $z = c \cos \theta$; где $0 \leq \theta \leq \pi$; $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Чему равен объем ΔV.</p> <ol style="list-style-type: none"> $\frac{4\pi}{3} abc$ $\frac{\pi}{3} abc$ $\frac{\pi^3}{3} abc$ $\frac{\pi^2}{6} abc$ 	ПК-2
ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ НЕСКОЛЬКИХ ПРАВИЛЬНЫХ ОТВЕТОВ			
27		<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Найти многочлены первой, второй и третьей степени для приближенной замены функции $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x^3 + 2}$ в окрестности точки $x_0 = 0$. Выберите из предложенных несколько правильных ответов.</p> <ol style="list-style-type: none"> $f_1(x) = \frac{1}{2}$ $f_2(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x^2$ $f_2(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}x^2$ $f_3(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^3$ $f_3(x) = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{4}x^3$ 	ПК-1
28		<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Какие из перечисленных условий являются условиями независимости криволинейного интеграла II рода от формы кривой:</p> <ol style="list-style-type: none"> $P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ - полный дифференциал I-го порядка $\int_{AB} P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ $\frac{\partial P(x, y)}{\partial y} = \frac{\partial Q(x, y)}{\partial x}$; $\forall (x, y) \in D$ $\oint_C P(x, y)dx + Q(x, y)dy \neq 0$; $\forall C \in D$; где C – замкнутый контур 	ПК-1

29	<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Имеет место формула Грина: $\oint_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy = \iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x}(x, y) - \frac{\partial P}{\partial y}(x, y) \right) dx dy.$</p> <p>Выбрать условия, которые налагаются на область D и на функции $P(x, y)$ и $Q(x, y)$.</p> <p>Из предложенных условий выбрать правильные ответы.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Область D содержит контур L и является правильной в направлении оси Ox 2. Область D содержит контур L и является правильной в направлении осей Ox и Oy 3. Область D ограничена контуром L и является правильной в направлении осей Ox и Oy 4. Функции $P(x, y)$ и $Q(x, y)$ непрерывны в области D в которой существуют непрерывные частные производные $\frac{\partial Q}{\partial x}$ и $\frac{\partial P}{\partial y}$ 5. Функции $P(x, y)$ и $Q(x, y)$ дифференцируемы в области D в которой существуют частные производные $\frac{\partial Q}{\partial x}$ и $\frac{\partial P}{\partial y}$ 	ПК-1
30	<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Площадь области на рисунке вычисляется с помощью интеграла</p>  <p>The graph shows a coordinate system with x and y axes. A line $y = 2 - x$ passes through (0, 2) and (2, 0). A curve $y = \sqrt{x}$ starts at (0, 0) and passes through (1, 1) and (4, 2). The region bounded by the y-axis, the line, and the curve is shaded. The intersection point is at (1, 1). The area is divided into two parts: a region bounded by the y-axis, the line, and the curve from x=0 to x=1, and a region bounded by the curve, the line, and the y-axis from x=1 to x=4.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. $S = \int_0^1 dy \int_{y^2}^{2-y} dx$ 2. $S = \int_0^2 dx \int_{\sqrt{x}}^{2-x} dy$ 3. $S = \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{x}} dx + \int_0^1 dy \int_1^{2-x} dx$ 4. $S = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} dy + \int_1^2 dx \int_1^{2-x} dy$ 	ПК-2

31	<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Формула Гаусса–Остроградского и формула Стокса связывают различные интегралы между собой. Выберите смысловое их содержание из предложенных.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Связывает поверхностный интеграл по внешней стороне поверхности с криволинейным интегралом по контуру, на который натянута поверхность. 2. Связывает тройной интеграл по трехмерной области с поверхностным интегралом II рода по внешней стороне поверхности, ограничивающей эту область. 3. Связывает поверхностный интеграл по внутренней стороне поверхности с криволинейным интегралом по контуру, который содержит эту поверхность. 4. Связывает тройной интеграл по трехмерной области с поверхностным интегралом I рода по внешней стороне поверхности, содержащей эту область. 	ПК-2
32	<p>Прочитайте текст и выберите правильные ответы. Из предложенных утверждений выбрать равносильные.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Криволинейный интеграл 2 рода: $\int_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ зависит от пути интегрирования в области D 2. Криволинейный интеграл 2 рода: $\int_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ не зависит от пути интегрирования в области D 3. Криволинейный интеграл 2 рода: $\int_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ не зависит от пути интегрирования который содержит область D 4. Криволинейный интеграл 2 рода: $\oint_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ по любому замкнутому контуру содержащему область D равен нулю 5. Криволинейный интеграл 2 рода: $\oint_L P(x, y)dx + Q(x, y)dy$ по любому замкнутому контуру в области D равен нулю 	ПК-2